...ое учреждение «Институт оценки качества образования Министерства образования и науки Республики Тыва»
№ 9 МА I 09
«__» ________ 201__ г.

1) 9.1

$f(x) = x^2 + bx + c$

$g(x) = x^2 + dx + e$

По условию дано, что:

$f(1) = g(2)$ и $g(1) = f(2)$, значит система

$$-\begin{cases} 1 + b + c = 4 + 2d + e \\ 4 + 2b + c = 1 + d + e \end{cases}$$

$-3 - b = 3 + d \Rightarrow \boxed{d = -6 - b}$

+

$x^2 + bx + c = 0$

По т. Виета

$x_1 + x_2 = -b$

$x^2 + dx + e = 0$

По т. Виета

$x_3 + x_4 = -d$

$(x_1 + x_2) + (x_3 + x_4) = -b - d = -b - (-6 - b) = -\cancel{b} + 6 + \cancel{b} = 6$

Ответ: 6

6б

(9.3) Нам даны 100 различных натур. чисел, а значит среди них есть наибольшее и наименьшее

~~$a_1 \cdot a_2$~~ Так как мы делим по часовой, то

$a_1 = p \cdot a_2 + r(2)$, где $r(2)$ – два возможных остатка.

$a_2 = k \cdot a_3 + r(2)$

$\vdots$

$a_{99} = m \cdot a_{100} + r(2)$

Т.к. по часовой они имеют при делении 2 остатка, то делимое больше делителя, а значит a_1 – наибольшее, a_{100} – наименьшее $\Rightarrow$

? $\Rightarrow a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5 > \ldots > a_{99} > a_{100}$.

Т.к. Мы нашли, что $a_{100} > a_{99}$, тогда

$a_{100} : a_{99} = 0 \cdot a_{99} + a_{100}$ (a_{100} – остаток)

~~Так мы делим до тех пор, пока a~~

Т.к. $a_1 > a_2$

$a_2 : a_1 = a\,0 \cdot a_1 + a_2$ (a_2 – остаток)

Как мы видим, ~~что~~ при делении против часовой стрелки получаются ~~отсюда~~ остатки сами делимые, которые различны, а значит при делении против часовой стрелки получатся разные остатки.

(–)

0б

Государственное учреждение
«Институт оценки качества
образования Министерства
образования и науки
Республики Тыва»

№ ______
«__» __________ 201__ г.

9.2

10 - ~~чел~~ людей, которые загадали

~~В начале~~: числа $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}$ соответственно.

~~I сказал~~:

① В начале:

I сказал: $a_1 > 1$

II сказал: $a_2 > 2$

⋮

X сказал: $a_{10} > 10$

Запишем это так:

$a_1 > 1, a_2 > 2, a_3 > 3, a_4 > 4, a_5 > 5, a_6 > 6, a_7 > 7, a_8 > 8, a_9 > 9, a_{10} > 10$

② Затем сказали в каком-то порядке:

$a < 1, a < 2, a < 3, a < 4, a < 5, a < 6, a < 7, a < 8, a < 9, a < 10.$

Из начала видно, что загаданные числа больше 1, а значит тот, кто сказал $a < 1$ - лжец.

Тот кто сказал, что $a < 2$, тоже лжец, т.к. если так будет, то ~~$a = 1$, так как $a \in Z$~~ $a \leq 1$, но загаданные числа больше 1, значит тот кто сказал $a < 2$ - лжец.

Из (2) конечно, загаданное число $a < 10$.

Тот кто сказал, что $a > 10$ и $a > 9$ – лжецы, потому загаданное число < 10.

Запишем фразы в виде неравенств:

(1) $a_1 > 1$, $a_2 > 2$, $a_3 > 3$, $a_4 > 4$, $a_5 > 5$, $a_6 > 6$, $a_7 > 7$, $a_8 > 8$, $a_9 > 9$, $a_{10} > 10$

(2) $a < 1$, $a < 2$, $a < 3$, $a < 4$, $a < 5$, $a < 6$, $a < 7$, $a < 8$, $a < 9$, $a < 10$

Стрелками показаны лжецы, т.е. их минимальное кол-во, и оно равно 2, а значит наибольшее кол-во рыцарей 8.

Проверим:

Фразы

1) I рыцарь: $a > 1$ и $a < 3$

II: $a > 2$ и $a < 4$

III: $a > 3$ и $a < 5$

IV: $a > 4$ и $a < 6$

V: $a > 5$ и $a < 7$

VI: $a > 6$ и $a < 8$

VII: $a > 7$ и $a < 9$

VIII: $a > 8$ и $a < 10$

Все выполнено, а значит мы решили верно.

Отв: 8 рыцарей

(+) Уб

«Институт оценки качества образования Министерства образования и науки Республики Тыва»
№ ____
« ___ » ________ 201__ г.

9.5 Чтобы найти наибольшее кол-во закрашенных клеток, их надо закрасить в шахматном порядке.

Всего сторон 6, значит всего клеток

$6 \cdot 1000 \cdot 1000 = 6000000$ кл.

Пусть квадрат, на котором 3 клетки, и, стоящий в конце будет называться гранью. ?

На грани можно расположить только 1 клетку, а таких ~~гр~~ граней всего 8. $\Rightarrow$ 8 закр. клеток на гранях.

Всего клеток без граней $6000000 - 3 \cdot 8 = 5999976$ кл.

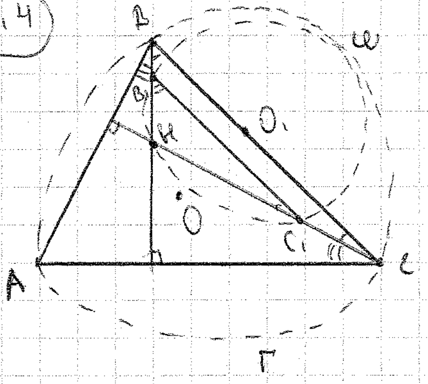
Если закрасим в шахматном порядке, то закрашенных клеток будет в 2 раза меньше чем 5999976 кл.

Кол-во закр. кл $= \frac{5999976}{2} = 2999988$ кл.

0б

Отв: 2999988 кл.

9.4



Т R – ~~диам~~ радиус описанной около $\triangle ABC$ окружности, r – ω.

по $\triangle B_1HC_1$
т. синусов:

$$\frac{B_1C_1}{\sin B_1HC_1} = 2r$$

Об

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R$$

Государственное учреждение «Институт оценки качества образования Министерства образования и науки Республики Тыва»
№ 9 МА II 09
«__» ______ 201_ г.

9.6

$a, a+1, a+2, a+3$, где, $a>100$

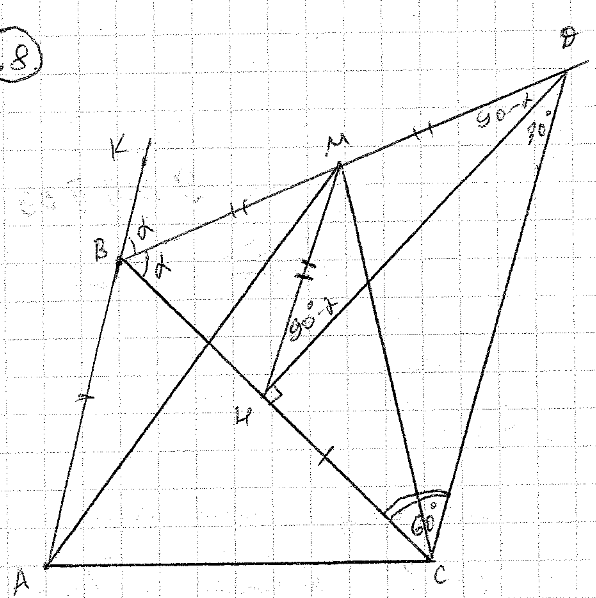
Если 4 последовательные, то среди них есть 2 четных и 2 нечетных. Возьмем 2 нечетных и 1 четный, тогда сумма будет четной, а значит кратно 2. Также возьмем эти числа так, чтобы они шли подряд (друг за другом), тогда сумма этих чисел кратно 3, потому что у трех подряд идущих чисел возможны остатки при делении на 3 1, 2 и 0, то есть сумма остатков кратно 3. Еще эти числа должны начинаться на нечетную, чтобы было ~~н~~ нечет, чет, нечет. Из всего вышесказанного следует, что сумма кратно 2 и 3, то есть если разделить сумму на 2 и на 3, то получим некоторое число, которое может делиться на себя. Значит сумма кратна 3 числам, а из этого следует, что эту сумму можно представить в виде произведения трех различных чисел больших 1.

3б

(7)

Нет оценки !!!
Многочлен.

9.8



∃ $\angle CBM = \alpha$, тогда $\angle KBM = \alpha$

Д.п. DH – высота

Из $\triangle DHC$, где $\angle H = 90° \Rightarrow \angle D = 90° - 60° = 30°$

$\angle D = 30° \Rightarrow HC = \frac{1}{2} CD \Rightarrow CD = 2HC$

$\left.\begin{cases} CD = 2HC \\ CD = 2AB \end{cases}\right\} \Rightarrow HC = AB.$

$\triangle BHD$ – прямоугольный, то $MH = BM$, как медиана в прям. △, проведенная из прям. угла.

Из $\triangle BHD$, где $\angle H = 90°$, $\angle BDH = 90 - \alpha$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle MHD = 90° - \alpha$

$\angle MHC = 90° + 90° - \alpha = 180° - \alpha$

$\angle ABM = 180° - \alpha = 180° - \alpha.$

Государственное учреждение
«Институт оценки качества
образования Министерства
образования и науки
Республики Тыва»

№___________________
«___» ________________ 201__ г

Рассмотрим $\triangle ABM$ и $\triangle CHM$

1) $BM = MH$

2) $AB = HC$

3) $\angle ABM = \angle CHM = 180^\circ - \angle$

$\Downarrow$

$\triangle ABM = \triangle CHM \Rightarrow$ соот. элементы равны, т.е.

$AM = MC$.

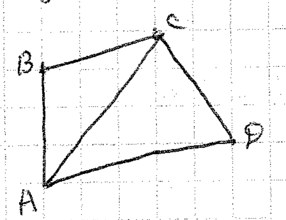
Если $AM = MC$, то $\triangle AMC$ − р/б

ч.т.д.

(+) 7б

9.9

Возьмем $n = 4$, тогда:



AC − диагональ

A − ч(черное) или б(белое) } ⇒ 2 варианта

C − ~~белое~~ или ч

B и D − должны быть одного цвета, иначе мы посчитаем 1 вариант как 2. ⇒ 2 варианта

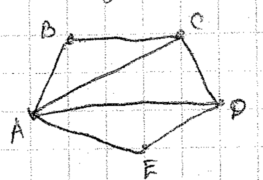
+

$2 \cdot 2 = 4$.

Аналогично при BD − диагональ ⇒ 4 варианта.

Всего 8 вариантов раскрасок. при $n = 4$, кол-во раскр. $= 8$. ?

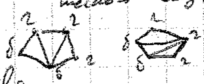
Возьмем $n = 5$, тогда:



AC, AD − диагонали

A − б или ч ⇒ [illegible] 2 варианта, т.к. рассмотрим [illegible]

C и D − ч или б



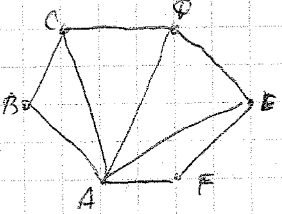
− одна раскраска, а мы ее посчитали за 2

Аналогично и с вершинами B, C, D, E

Значит всего вариантов $2 \cdot 5 = 10$

при $n = 5$, кол-во раскрасок $= 10$.

Возьмем $n = 6$, тогда:



A - вершина, AC, AD, AE - диагонали

Т.к. мы одну раскраску считали за 2, то в при вершине A возможно 2 варианта

Аналогично с вершинами B, C, D, E, F

$6 \cdot 2 = 12$ вариантов.

$n = 6$, кол-во раскрасок $= 12$

Мы видим, что

$$\left.\begin{array}{ll} \text{при } n = 4, & S(\text{кол-во раскрасок}) = 8 \\ \text{при } n = 5, & S = 10 \\ \text{при } n = 6, & S = 12 \end{array}\right\} \Rightarrow S = 2 \cdot n$$

Отв: $2 \cdot n$.

Об

Государственное учреждение
«Институт оценки качества
образования Министерства
образования и науки
Республики Тыва»

№ ____________

«___» ____________ 201__ г.

9.7

Предположим, что могут, тогда каждая вершина является вершиной ровно 3 прямоугольников. У двух прямоугольников могут совпадать 4, 2 или 1 вершина, но по условию дано, что 4 вершины совпадать не могут, тогда совпадают 2 или 1 вершина. Если будут совпадать 1 вершина, то так будет невыгодно, т.е. будут также появляться вершины которые надо „перекрыть". Общее кол-во совпадающих вершин не кратно 3. => наше предположение неверно, а значит нельзя

Ответ: нельзя.

0Б

9.10

$x_1, x_2, x_3 \dots x_{100} \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{100} = 1$

Петя ~~выбирает~~ ~~выбирал~~ надо выбрать эти числа, так, чтобы никакое не равнялось 0. Если он выбират числа, которое одинаковые, то Вася возьмет в пару самые ма-меньше из них. Так, что Пете надо выбрать, чтобы эти числа ~~равные~~ были равны между собой, тогда

$x_1 = x_2 = x_3 = \ldots = x_{100} = 0,01$.

Васе выберет любые и получит $0,01 \cdot 0,01 = 0,0001$.

Ответ: 0,0001.

$\oplus$ Об