

ММАІОТ

Государственное учреждение
«Институт оценки качества
образования Министерства
образования и науки
Республики Тыва»

№

« » 201 г.

ТЕТРАДЬ

для _____

учени _____ класса _____

школы

1	2	3	4	5	Σ
7	6	0	0	0	13

1) Обозначим рыворей
всех людей через их нн-
вые высказывание

I - ">1"; II - ">2"; ... X - ">10"

Теперь рассмотрим человека ">10"
т.е. ">10" ^{закрыва} ~~высказывание~~ число большее
10, если он говорит. Тогда во
время второго выступления ему
не может соответствовать ни
одно из высказываний. Но т.к. каждый
скажет 1 раз, ">10" скажет, а значит
он в любом случае лжет.

Обратимся к человеку ">9".

П.т.к. между числами 9 и 10
нет целых чисел, то, он также
не может сказать правду два раза
(в таком случае он тоже лжет).

Теперь мы уверены в том, что
рыворей не больше чем 8, приведем
пример

	"	"	"	"	"	"
I	>1	>2	>3	>4	>5	>6
p/1	p	p	p	p	p	p
n	2	3	4	5	6	7
II	<3	<4	<5	<6	<7	<8

	"	"	"	"
I	>7	>8	>9	>10
p/1	p	p	Λ	Λ
n	8	9	5	5
II	<9	<10	<1	<2

I - имя и выражение

p/1 - принадлежность

n - заданные числа

II - второе выражение

Ответ: 8

$$2) x^2 + ax + b \quad x^2 + ax + b + 1 \quad x^2 + ax + b + 2$$

по Т Виета при (1) ($D_1 > 0$)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -a & x_1 \in \mathbb{Z}, x_2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \in \mathbb{Z} \\ x_1 \cdot x_2 = b & x_1 \in \mathbb{Z}, x_2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow b \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$D_1 = a^2 - 4b$$

$$x_1 = \frac{-a + \sqrt{D_1}}{2} = -\frac{a}{2} + \frac{\sqrt{D_1}}{2}$$

$$x_1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow -\frac{a}{2} \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{a}{2} \in \mathbb{R}, x_1 \in \mathbb{R} \Rightarrow \frac{\sqrt{D_1}}{2} \in \mathbb{R} \Rightarrow$$

$$\sqrt{D_1} \in \mathbb{R} \Rightarrow D_1 = k^2$$

$$\exists D_2 > 0$$

$$D_2 = a^2 - 4b - 4$$

$$x_3 = \frac{-a + \sqrt{D_2}}{2} \quad (\text{по аналогии})$$

$$D_2 = L^2$$

$$D_1 = a^2 - 4b$$

$$D_2 = a^2 - 4b - 4 = D_1 - 4$$

$$L^2 = K^2 - 4$$

$$a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a^2 - 4b \in \mathbb{Z}, D_2 \in \mathbb{Z}, D_1 \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow L \in \mathbb{Z}, K \in \mathbb{Z}$$

L, K - ~~то~~ еще числа квадраты кото-
рых отличаются на 4

$$L = 0, K = 2$$

$$L = 0, K = -2$$

$$L = 2, K = 0$$

$$L = -2, K = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} D_1 = 4 \quad D_2 = 0 \\ D_2 = 4 \quad D_1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{хотели?}$$

или из
 $D = 0$

$D_1 > 0, D_2 > 0$ - неводимо

$$\exists D_1 = 0$$

$$a^2 - 4b = 0$$

$$D_2 = a^2 - 4b - 4 = 0 - 4 = -4 \quad (\text{не др. уст. задачи})$$

$$\Rightarrow D_2 \neq 0$$

$$\exists D_2 = 0$$

65

$$D_1 = \cancel{b^2} - 4 \cdot a^2 - 4b = D_2 + 4 = 0 + 4 = 4$$

$$D_3 = a^2 - 4b - 8 = 4 - 8 = -4$$

$D_3 < 0 \Rightarrow x^2 + ax + b - 2$ не имеет корней

Более строгие для рассмотрения
нет $\Rightarrow \mathbb{A}_3$ универсально доказано
для любых a, b .

3) Рассмотрим переход короля на 15
клеток.

1) К. стоит на белой клетке, за ка-
ждый ход он может уйти $15 : 2 \Rightarrow$
пройди 15 клеток он остановится
на черной $\Rightarrow \overset{15}{\delta} \rightarrow \tau \rightarrow a \rightarrow \overset{15}{\delta}$.

Рассмотрим табл. 100×100 в шахмат-
ную программу, и отметим все черные
клетки, их будет ровно 5000.

Выход из любой отмеченной
клетки короля через 15 ходов попа-
дает на белую клетку $\Rightarrow$ среди клеток
не найдем двух с расстоянием 15.

Рассмотрим — та же табл. и отметим 5000

клетки и белки.

Среди такого кол-ва
клеток бурно растут
разные ульи, причем обязательно
~~каждый~~ каждая клетка этого улья
исключает 60 клеток другого улья.
Таким образом отнимая одну клетку
белого улья мы имеем 60 черных.
Значит, что никакие две белые
клетки не могут сосуществовать
одна с другой в черной клетке.
Значит за одной белой клеткой
последует 60 белых и так далее
вплоть до полного исчезновения
черных отмеченных клеток.
В итоге мы получим 5000 белых на-
мок, а черных мы не раз не увиди-
м. Это кол-во

Ответ: 5000

0

11.4) Рассмотрим

$P_n(a_{n+1})$ и $P_{n+1}(a_{n+2})$, $n \geq 2018$

$$P_n(a_{n+1}) = a_{n+1}^{2n} + a_1(a_{n+1})^{2n-2} + \dots$$

$+ a_n = 0$, т.к. a_{n+1} — корень

$$P_{n+1}(a_{n+2}) = (a_{n+2})^{2n+2} + a_1(a_{n+2})^{2n} + \dots + a_{n+1} = 0$$

приравняем $P_n(a_{n+1})$ и $P_{n+1}(a_{n+2})$

и выведем за скобки множители

$a_1; a_2; \dots; a_n$

$$(a_{n+2})^{2n+2} - (a_{n+1})^{2n+2} + a_1((a_{n+2})^{2n+2} - (a_{n+1})^{2n+2}) +$$

$$\dots + a_n((a_{n+2})^2 - 1) - a_{n+1} = 0 \quad (1)$$

$$\text{Если } a_{n+1} > a_n \Rightarrow \begin{aligned} (a_{n+2})^{2n+2} - (a_{n+1})^{2n+2} &< 0 \\ (a_{n+2})^{2n+2} - (a_{n+1})^{2n} &< 0 \\ (a_{n+1})^{2n+2} - (a_{n+1})^{2n+2} &< 0 \end{aligned}$$

выражение 1 при модификации будет

либо < 0 (если $(a_1; a_2; \dots; a_n) > 0$) или

либо > 0 (если $(a_1; a_2; \dots; a_n) < 0$) $\Rightarrow$

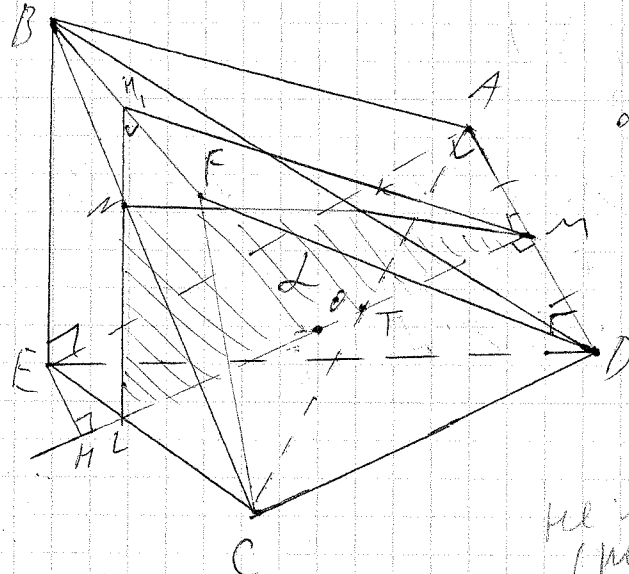
~~а так как $a_{n+1} > a_n \Rightarrow a_n, a_{n+1}, a_{n+2}$ — возрастающая последовательность~~

$a_{n+1} < a_n$ в такой случае ~~не~~ все слагаемые ~~не~~ обратятся

и 200

$\alpha_n, \alpha_{n+1}, \alpha_{n+2}$ - последовательность
попарно несовпадающих. D

5) B



$A, B, E \in W_1$

$$A, B, D, F \in \mathcal{W}_2$$

не ясно по логике
(построение) точек
 H, H_1 L.

$$EH = \rho(E; \mathcal{L})$$

$$F_H = \rho(F; \alpha)$$

$$\left. \begin{array}{l} FH_1 \perp H_1 M \\ DM \perp H_1 M \end{array} \right\} \Rightarrow FH_1 \parallel DM$$

DM $\perp$ K_1 y

F D I A D

HM I AD

$$\left. \begin{array}{l} FH_1 \perp H_1 M \\ DM \perp H_1 M \\ FD \perp AD \\ H_1 M \perp AD \end{array} \right\} \Rightarrow FH_1 \parallel DM \quad + \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta FH_1 MD \text{ - non-conv} \\ \Rightarrow FH_1 = MD \end{array} \right. \quad \Rightarrow FH_1 = MD \quad (\text{I})$$

ENLHM

$$\left. \begin{array}{l} EH \perp HM \\ AM \perp HM \end{array} \right\} EH \parallel AM \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} AE \perp AD \\ HM \perp AD \end{array} \right\} AE \parallel HM \quad (2)$$

$$\text{из (1) и (2)} \Rightarrow AE \parallel HM - \text{напр-ки}$$

$$EM = AM \quad (\text{II})$$

$$\text{из (I) и (II)}$$

$$EM = AM = MD = FH_1 \Rightarrow EM = FH_1 \Rightarrow$$

$$p(E; \alpha) = p(F; \alpha)$$

$$\sim \pi D.$$

— 0

11 МА II 04

Государственное учреждение
«Институт оценки качества
образования Министерства
образования и науки
Республики Тыва»

№

« »

201 г.

6	7	8	9	10	Σ
08	70	0	0	1	88

ТЕТРАДЬ

для _____

учени _____ класса _____

_____ школы _____

$$7) a \neq 1 \quad x_n = 2^n \left(\sqrt[n]{a} - 1 \right)$$

Д-тб: $x_1; x_2 \dots x_n$ - убывает.

Послеовательность убывает только в том случае, если разность двух последовательных членов положительна $(x_n - x_{n+1}) > 0$, при любых n ,
 $x_n - x_{n+1} > 0$

$$2^n \left(\sqrt[n]{a} - 1 \right) - 2^{n+1} \left(\sqrt[n+1]{a} - 1 \right) > 0$$

$$2^n \left(\sqrt[n]{a} - 1 \right) - 2 \cdot 2^n \left(\sqrt[n+1]{a} - 1 \right) > 0 \quad / : 2^n$$

$$\sqrt[n]{a} - 1 - 2 \sqrt[n+1]{a} + 2 > 0$$

$$\sqrt[n]{a} - 2 \sqrt[n+1]{a} + 1 > 0$$

$$-2 \sqrt[n+1]{a} \geq -2 \sqrt[n]{a}, \quad (\text{если } a > 1) \text{ при любых } n$$

$$\sqrt[n]{a} - 2 \sqrt[n+1]{a} + 1 \leq \sqrt[n]{a} - 2 \sqrt[n+1]{a} + 1$$

$$0 \leq \left(\sqrt[n]{a} - 1 \right)^2 \leq \sqrt[n]{a} - 2 \sqrt[n+1]{a} + 1$$

$$\text{т.к. } a \neq 1, \quad \left(\sqrt[n]{a} - 1 \right)^2 \neq 0$$

Послеовательность убывает при
всех $a \in (1; \infty)$ и при любых n

рассмотрим случай, когда $a > 1$

$$2^n \sqrt[n]{a} - 1 - 2 \sqrt[n+1]{a} + 1 > 0$$

$$2^n \sqrt[n]{a} > 2 \sqrt[n+1]{a} - 1 \quad (D - Tb)$$

$$\frac{2^n \sqrt[n]{a}}{2} < \frac{2 \sqrt[n+1]{a}}{2}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt[n]{a} + \frac{1}{2} > \frac{2 \sqrt[n+1]{a}}{2}, \text{ т.е. } \sqrt[n]{a} < 1, \text{ при } a > 1$$

$$2^n \sqrt[n]{a} - 2 \sqrt[n+1]{a} + 1 > 0$$

$$2^n (2^{2^n} \sqrt[n]{a} - 1) - 2^{n+1} (2^{2^{n+1}} \sqrt[n+1]{a} - 1) > 0 \quad / : 2^n$$

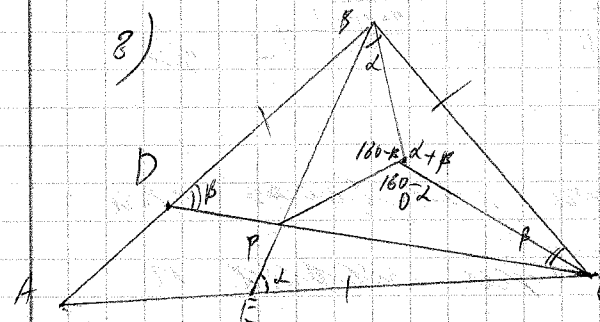
$$2^n \sqrt[n]{a} - 1 - 2 \sqrt[n+1]{a} + 2 > 0$$

$$2^n \sqrt[n]{a} - 2 \sqrt[n+1]{a} + 2 > 0$$

$$(\sqrt[n]{a} - 1)^2 \geq 0 \quad \text{это верно при } a \neq 1$$

Значит при $a > 1$ посылка выполняется.

2)



Дано: $\triangle ABC$

$D \in AB, E \in AC$

$BD = EC$

$BE \cap CD = P$

Д-60:

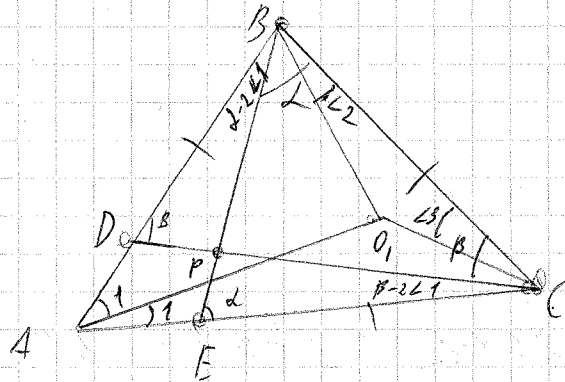
$$\angle BDC = \angle DCB (\triangle BDC - \text{н.д.}) \checkmark$$

$$\angle BEC = \angle ECB (\triangle BEC - \text{н.д.}) \checkmark$$

$$\square DPOD \text{ впис. } \Rightarrow \angle BOP = 180^\circ - \beta$$

$$\square POEC \text{ впис. } \Rightarrow \angle COPE = 180^\circ - \alpha$$

$$\angle BDC = 360 - 180 + \alpha - 180 + \beta = \alpha + \beta$$



$\square O_1$ - центр впис. окр.

$\triangle BAC$

$$\angle A = 2\alpha$$

$$\angle AEB = 180 - \alpha$$

$$\angle ABE = 180 - 180 + \alpha - 2\alpha =$$

$$= \alpha - 2\alpha$$

$$\angle BDC = \angle CPE = 180 + 2\alpha - \alpha - \beta$$

$$\angle ACD = 180 - 180 + \beta - 2\alpha = \beta - 2\alpha$$

$$\angle O_1BC = \frac{2 - 2\alpha + \alpha}{2} = \alpha - \alpha$$

$$\angle O_1CB = \frac{\beta + \alpha - 2\alpha}{2} = \beta - \alpha$$

$$\angle BO_1C = 180 - \alpha - \beta + 2\alpha \quad (1)$$

Значит
угол совпал

①

$$\angle BO, C = 180 - \angle 2 - \angle 3$$

$$2\angle 1 = 180 - 2\angle 2 - 2\angle 3$$

$$\angle 1 = 90 - \angle 2 - \angle 3$$

$$\angle 2 + \angle 3 = 90 - \angle 1$$

$$\angle BO, C = 180 - 90 + \angle 1 = 90 + \angle 1 \quad (2)$$

~~$$90 + \angle 1 = (1) + (2):$$~~

~~$$90 + \angle 1 = 180 - 2 - \beta + 2\angle 1$$~~

~~$$90 - 2 - \beta + \angle 1 = 0$$~~

~~$$\angle + \beta = 90 + \angle 1$$~~

~~$$(1) + (2)$$~~

~~$$90 + \angle 1 = 180 - 2 - \beta + 2\angle 1$$~~

~~$$90 - 2 - \beta + \angle 1 = 0$$~~

~~$$90 - 2 - \beta + \angle 1 = 0$$~~

$\Rightarrow$ точки O и O_1 - совпадают
т.е. O .

10) Все будет строгим образом
числа n и m , чтобы n и m были
или n и m были n и m n и m
но, если n и m выберет n и m
тобы n и m $(n+1)$ n и m , то

Все не сможет их
разрешить по одному.
(так как против чисел
будет меньше, а их
кол-во всегда много)

Анте выбирает числа следующим
образом $(n+1)$ число будет равно
числу $\left(\frac{1}{n+2}\right)$, а остальные $(n-1)$ чисел
будут равны $\frac{1 - \frac{n+1}{n+2}}{n-1}$ (замечим, что
в сумме они будут равны 1

$$(n-1) \left(\frac{1 - \frac{n+1}{n+2}}{n-1} \right) + \left(\frac{1}{n+2} \right) (n+1) = 1 - \frac{n+1}{n+2} + \frac{n+1}{n+2} = 1$$

Для любых действий Васи
найдем два числа $\frac{1}{n+2}$, сделавшие
разреш. и в итоге, на доску будет
выписано число $\left(\frac{1}{n+2}\right)^2$

Ответ: $\left(\frac{1}{n+2}\right)^2$

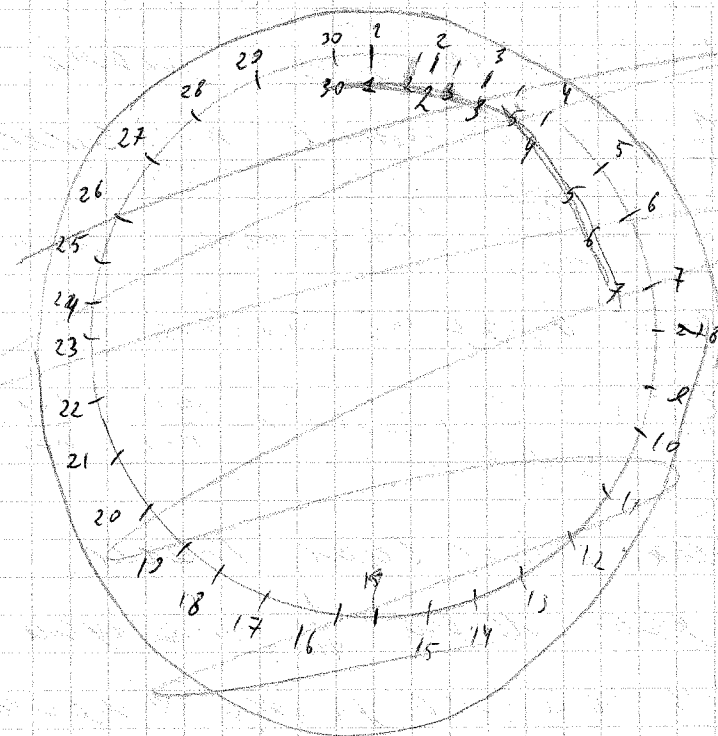
то же max

15

б) Из условия задачи мы понимаем, что
все дети имеют хотя бы одного из

число 72

Среди них есть на картах 30 рней
перед. Значит их могло быть
максимум 28 (т.к. все карты разное
кол-во рней)



КАМЕНЬ

Дни

Летим (по номерам)

1	1, 16 - 22
2	1, 2
3	1, 2, 3
4	1 - 4 ✓
5	1 - 5 ✓
6	1 - 6
7	1 - 7
8	1 - 8
9	1 - 9
10	1 - 10
11	1 - 11
12	1 - 12
13	1 - 13
14	1 - 14
15	1 - 13 - 27/15
16	1 - 14, 16
17	1 - 13, 15, 16 - 17
18	1 - 12, 14, 15 - 18
19	1 - 11, 13 - 15/19

летим 4-ого
когда 5-ого, а не 6-ого

примечание
не уфот

- 20 1-10, 11-20
 21 1-9, 11-21
 22 1-8, 10 - ~~22~~ ²³ 22
 23 1-7, 9 - ~~22~~ ²⁴ без 22
 24 1-6, 8 - ~~22~~ ²⁵ без 21
 25 1-5, 7 - ~~22~~ ²⁶ без 20
 26 1-4, 6 - ~~22~~ ²⁷ без 19, 23
 27 1-3, 5 - ~~22~~ ²⁸ без 18, 24
 28 1-2, 4 - ~~22~~ ²⁹ без 17, 25
 29 2 - ~~22~~ ³⁰ без 16, 26
 30 16 - ~~22~~ ³¹ без 27, 28

Все дети с "1" по "15" кормили сран
 бешенством от 2х до 15 дней, причем
 каждый из них был в бассейне в мон-
 день, когда не было кого-то из отоб-
 ранных.

Дети с "16" по "28" были в ^{30 числа} ~~28~~,
 когда не было отобраных и все от-
 ные ~~28~~ дети не видели на 15 число.
 Друг друга они не видели, потому

что в рун с $\frac{23}{26}$ по $\frac{29}{28}$ что-то из
них обязательно не примени.

Пок ~~на~~ в бочина порою 22 недели.

Аналогично с 23 по 24 работы еще
и еще 3 ($22+3=25$), с 26 по 28 еще 2
и с 28 по 29 еще 1 ($25+2+1=28$).

Итого: 28.

б). из чисел ~~a, b, c, d~~ можно
получить 4 разных суммы,
приведен последовательных.

$a; a+1; a+2; a+5$

$\begin{array}{r} 123 \\ 3a+3 \\ \hline \end{array}$; $\begin{array}{r} 124 \\ 3a+4 \\ \hline \end{array}$; $\begin{array}{r} 134 \\ 3a+5 \\ \hline \end{array}$; $\begin{array}{r} 234 \\ 3a+6 \\ \hline \end{array}$
из них одна: 2, и одна: 4

0