1) ~~Пусть I~~ чел.

I сказ., что число > 1

II сказ., что число > 2

⋮

X 10 сказал, что число > 10

Так как 10 человек сказал, что его число больше 10, то любая вторая фраза будет этому противоречить => 10 чел. - лжец. +

Остальные могут быть рыц. или лжецами.

Рассмотрим случай, когда все (кроме 10) рыцари.

I сказал, что число < 2 (т.к дроб. разрешены)

II сказал, что число < 3

⋮

IX сказал, что число < 10

X сказал, что число < 1 (т.к он лжец)

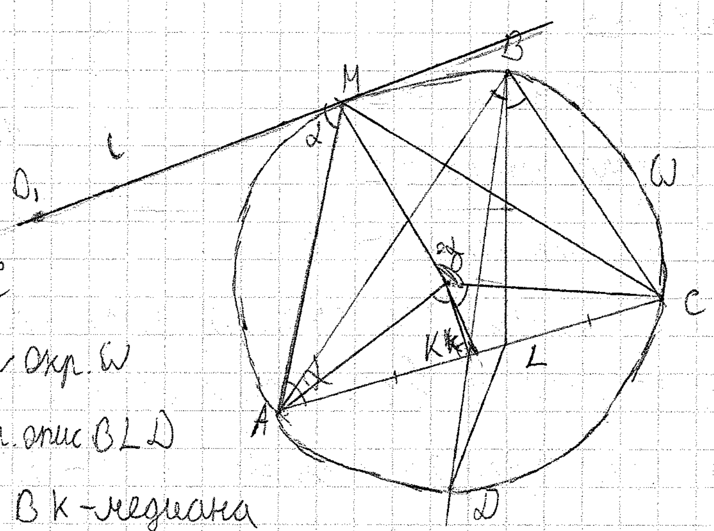
=> максим. кол-во рыцарей 9

Ответ: 9

1

5Б

5)



Дано: $\triangle ABC$

(·)O – центр окр. ω

(·)O_1 – центр окр. опис BLD

BL – биссек. BK – медиана

O_1M – l

Док-ть: l касается ω

Док-во:

$\angle O_1MA = \angle MAC = \alpha$ (т.к накр. леж при парал. $O_1M \parallel AC$)

$\overset{\smile}{MBC} = 2\angle MAC \Rightarrow \overset{\smile}{MBC} = 2\alpha$

$\angle MOC$ – централ $\Rightarrow \angle MOC = 2\alpha$

$\angle COK = 180 - \angle MOC = 180 - 2\alpha$ (смежн)

$\triangle AOC$ – р/б (т.к. $AO = OC = r$) $\Rightarrow \angle AOK = COK = 180 - 2\alpha$

$\angle AOC = \angle AOK + \angle COK = 360 - 4\alpha$

$\overset{\smile}{ADC} = \angle AOC = 2\angle AMC \Rightarrow \angle AMC = \frac{2(180-2\alpha)}{2} = 180 - 2\alpha$

$\angle MCA = 180 - \angle MAC - \angle AMC = 180 - \alpha - (180 - 2\alpha) =$

$= \alpha \Rightarrow \angle O_1MA = \angle MCA = \alpha$

т.к. $\cancel{\angle M}$ $\angle O_1MA = \angle MCA$, то по свойству касательной (~~∠HCA опирает на дугу AH~~ такое возможно только

когда прямая l кас. ω

$(\angle ACH = 2\overset{\smile}{AH} = \angle O_1MA)$

ч. т. д.

7б

3) R может получ. при: R+R или I+I

Приведем пример, когда такое возможно:

1	2	3	4	… 2016	2017	2018	2019
$2\sqrt2$	$-2\sqrt2$	$3\sqrt2$	$-3\sqrt2$	$-1008\sqrt2$			
$-2\sqrt2$	$2\sqrt2$	$-3\sqrt2$	$3\sqrt2$	$1008\sqrt2$			

Если мы также заполним 2017 и 2018 столб. то в 2019 придется записать 2 один. числа, что по условию задачи невозможно.

Тогда в три последние столбца запишем рацион. числа

2017	2018	2019
1	~~1~~ 2	3
3	~~2~~ 1	2

(+) 7б

Ответ: 2016

2) Из условия следует =>

$$\Rightarrow a+b+c+d = 10^{100} = 2^{100} \cdot 5^{100}$$

$$\frac{a+b+c}{d} \ni N \quad \frac{a+b+d}{c} \ni N \quad \frac{a+d+c}{b} \ni N \quad \frac{b+c+d}{a} \ni N$$

каждая сторона кратна 2 или 5

Но из этого равенства => что стороны кратны друг другу => стороны равны между собой

Т.к стороны равны => ромб

ч.т.д.

− 0б

1) Пусть $n; (n+1); (n+2); (n+3) > 100$ четыре последовательных числа.

Рассмотрим 2 случая:

I n - чётн.

Тогда сумма $(n+1)+(n+2)+(n+3) = 3n+6$ всегда будет четной (нечет. умнож. на чет = всегда чет).

~~Сум~~ => сумма $3n+6$ делится на 2

~~Из свойства о трех послед. натур. числах эта сумма делится на 3~~ и Сумма $3n+6 = 3(n+2) \vdots 3$

Тоесть эту сумму мы можем представить как:

$3n+6 = 2 \cdot 3 \cdot k$ (т.к $3n+6 \geq 100$), где $k \ni N$ (нек-ое натур. число)

II n - нечет

Тогда сумма $n+(n+1)+(n+2) = 3n+3$ всегда будет четной (нечет × нечет = всегда нечет). (нечет + нечет = всегда четн)

=> Сумма $3n+3 \vdots 2$

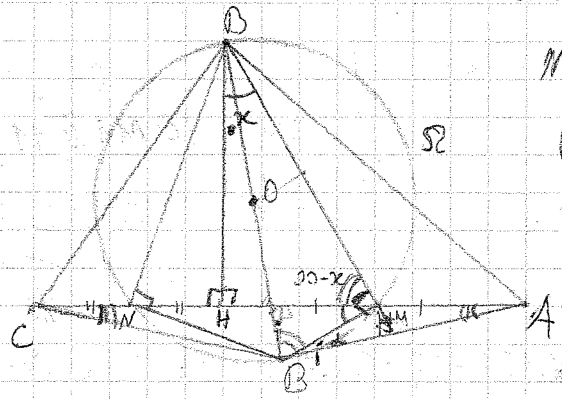
Также $3n+3 = 3(n+1) \vdots 3$

=> $3n+3 = 2 \cdot 3 \cdot \cancel{k}$, где $\cancel{k}$ нек-ое натур. число.

ч.т.д

где условие $k > 3$!

8)



Дано: ABC – остроуг.

N серед CH, H серед HA

$(\cdot)\,O$ – центр окр Ω

BH – высота

Док-ть: $CB' = AB'$

Док-во:

$\angle BMB' = 90^\circ = \angle BNB'$ (т.к. опирается на BB')

Пусть $\angle HBM = x \Rightarrow \angle HMB = 90 - x$

7) $\cancel{x_n = 2^n(\sqrt[2^n]{b}}$ $x_n = 2^n(\sqrt[2^n]{b} - \sqrt[2^n]{a})$

Пусть $x_2 - x_1 = x_2 - x_1 = 4(b^{\frac14} - a^{\frac14}) - 2(b^{\frac12} - a^{\frac12}) =$

$= 4b^{\frac14} - 4a^{\frac14} - 2b^{\frac12} + 2a^{\frac12}$

$= 2(2b^{\frac14} - 24a^{\frac14} - b^{\frac12} + a^{\frac12}$

$= 2(2(b^{\frac14} - a^{\frac14}) - (b^{\frac12} - a^{\frac12}))$

Это выражение будет всегда < 0 (т.к $b > a > 1$)

$\Rightarrow x_2 < x_1$

ч.т.д.

9) Ответ: (n-3) - кол-во хорош. расскрасок

⊖ 0б